

Тема лекции и практики:

**«ПРОГНОЗ ПОКАЗАТЕЛЕЙ С
ПОМОЩЬЮ скользящих и
экспоненциальных средних»**

Прогноз с помощью экспоненциальных средних!!!

$$Y_{t+1} = Y_t * (1 - \alpha) + \bar{Y}_t * \alpha$$

Это формула для расчета прогнозного значения на период t+1 !!!

Y_t – это значение показателя в t периоде;
 α – это коэффициент сглаживания
 Y_{t+1} – это прогнозное значение
 \bar{Y}_t - это прогнозное значение в предыдущем периоде

Это прогнозное значение в предыдущем периоде

Исходя из формулы, чтобы прогноз построить на период в будущем t+1, необходимо начать строить прогноз на 1 период временного ряда, затем на второй, третий и т.д., так как для построения прогноза нужно прогнозное значение в предыдущем периоде.

Для построения прогноза нужно фактическое значение и прогнозного значения предыдущего периода (это следует из общей формулы)

Пример построения прогноза объема продаж с помощью экспоненциальных средних

Год	Объем продаж, тонн	Прогнозное значение при $\alpha = 0,1$	Модуль ошибки прогноза	Прогнозное значение при $\alpha = 0,3$	Модуль ошибки прогноза	Прогнозное значение при $\alpha = 0,5$	Модуль ошибки прогноза	Прогнозное значение при $\alpha = 0,7$	Модуль ошибки прогноза	Прогнозное значение при $\alpha = 0,9$	Модуль ошибки прогноза
2001	19,1	19,10	0,00	19,10	0,00	19,10	0,00	19,10	0,00	19,10	0,00
2002	17,3	19,10	1,80	19,10	1,80	19,10	1,80	19,10	1,80	19,10	1,80
2003	14,5	17,48	2,98	17,84	3,34	18,20	3,70	18,56	4,06	18,92	4,42
2004	14,3	14,80	0,50	15,50	1,20	16,35	2,05	17,34	3,04	18,48	4,18
2005	13,4	14,35	0,95	14,66	1,26	15,33	1,93	16,43	3,03	18,06	4,66
2006	12,1	13,49	1,39	13,78	1,68	14,36	2,26	15,52	3,42	17,59	5,49
2007	9,4	12,24	2,84	12,60	3,20	13,23	3,83	14,49	5,09	17,04	7,64
2008	7,4	9,68	2,28	10,36	2,96	11,32	3,92	12,97	5,57	16,28	8,88
2009	6,7	7,63	0,93	8,29	1,59	9,36	2,66	11,30	4,60	15,39	8,69
2010	5,2	6,79	1,59	7,18	1,98	8,03	2,83	9,92	4,72	14,52	9,32
2011	4,6	5,36	0,76	5,79	1,19	6,61	2,01	8,50	3,90	13,59	8,99
2012	3,9	4,68	0,78	4,96	1,06	5,61	1,71	7,33	3,43	12,69	8,79
2013	3,9	3,98	0,08	4,22	0,32	4,75	0,85	6,30	2,40	11,81	7,91
2014	3,8	3,91	0,11	4,00	0,20	4,33	0,53	5,58	1,78	11,02	7,22
2015	4,2	3,81	0,39	3,86	0,34	4,06	0,14	5,05	0,85	10,30	6,10
2016	3,8	4,16	0,36	4,10	0,30	4,13	0,33	4,79	0,99	9,69	5,89
2017	3,8	3,84	0,04	3,89	0,09	3,97	0,17	4,50	0,70	9,10	5,30
Среднее			1,05		1,32		1,81		2,90		6,19

Коэффициент сглаживания α задается самостоятельно в интервале от 0 до 1. Рассчитываются прогнозные значения для каждого уровня ряда, начиная с 1 периода, далее рассчитывается средний модуль ошибки прогноза при различных вариантах α . В итоге выбирается такое значение α , при котором наименьшая средняя абсолютная ошибка прогноза.

Для данного временного ряда наименьшая средняя ошибка при $\alpha = 0,1$

Прогноз на 2018 год рассчитан так $3,8 \cdot (1 - 0,1) + 3,84 \cdot 0,1 = 3,804$ тонны

Пример построения прогноза с помощью простых скользящих средних

Суть метода: прогнозное значение рассчитывается по нескольким предыдущим значениям как простое среднее арифметическое. Важно определить, сколько это должно быть последних значений. Количество значений выбирается также по минимальной средней абсолютной ошибке прогноза!!!

Год	Объем продаж, тонн	Прогнозные значения объема продаж, тонн							
		Количество предыдущих значений 2	Модуль ошибки прогноза	Количество предыдущих значений 3	Модуль ошибки прогноза	Количество предыдущих значений 4	Модуль ошибки прогноза	Количество предыдущих значений 5	Модуль ошибки прогноза
2001	19,1								
2002	17,3								
2003	14,5	18,2	3,7						
2004	14,3	15,9	1,6	16,97	2,67				
2005	13,4	14,4	1	15,37	1,97	16,30	2,90		
2006	12,1	13,85	1,75	14,07	1,97	14,88	2,78	15,72	3,62
2007	9,4	12,75	3,35	13,27	3,87	13,58	4,18	14,32	4,92
2008	7,4	10,75	3,35	11,63	4,23	12,30	4,90	12,74	5,34
2009	6,7	8,4	1,7	9,63	2,93	10,58	3,88	11,32	4,62
2010	5,2	7,05	1,85	7,83	2,63	8,90	3,70	9,80	4,60
2011	4,6	5,95	1,35	6,43	1,83	7,18	2,58	8,16	3,56
2012	3,9	4,9	1	5,50	1,60	5,98	2,08	6,66	2,76
2013	3,9	4,25	0,35	4,57	0,67	5,10	1,20	5,56	1,66
2014	3,8	3,9	0,1	4,13	0,33	4,40	0,60	4,86	1,06
2015	4,2	3,85	0,35	3,87	0,33	4,05	0,15	4,28	0,08
2016	3,8	4	0,2	3,97	0,17	3,95	0,15	4,08	0,28
2017	3,8	4	0,2	3,93	0,13	3,93	0,13	3,92	0,12
Среднее			1,456666667		1,81		2,25		2,72

Наименьшая ошибка прогноза при двух значениях. Прогноза на 2018 год = $(3,8+3,8)/2 = 3,8$ тонн

Пример построения прогноза с помощью взвешенных скользящих средних

Суть метода: прогнозное значение рассчитывается по нескольким предыдущим значениям как взвешенное среднее арифметическое. Важно определить, сколько это должно быть последних значений. Количество значений выбирается также по минимальной средней абсолютной ошибке прогноза!!! Вес определяется на основании треугольника Паскаля!!!

Год	Объем продаж, тонн	Прогнозные значения объема продаж, тонн							
		Количество предыдущих значений 2	Модуль ошибки прогноза	Количество предыдущих значений 3	Модуль ошибки прогноза	Количество предыдущих значений 4	Модуль ошибки прогноза	Количество предыдущих значений 5	Модуль ошибки прогноза
2001	19,1								
2002	17,3								
2003	14,5	18,20	3,70						
2004	14,3	15,90	1,60	17,05	2,75				
2005	13,4	14,40	1,00	15,15	1,75	16,10	2,70		
2006	12,1	13,85	1,75	14,13	2,03	14,64	2,54	15,37	3,27
2007	9,4	12,75	3,35	13,30	3,90	13,71	4,31	14,18	4,78
2008	7,4	10,75	3,35	11,75	4,35	12,53	5,13	13,12	5,72
2009	6,7	8,40	1,70	9,58	2,88	10,66	3,96	11,59	4,89
2010	5,2	7,05	1,85	7,73	2,53	8,65	3,45	9,66	4,46
2011	4,6	5,95	1,35	6,50	1,90	7,11	2,51	7,88	3,28
2012	3,9	4,90	1,00	5,43	1,53	5,96	2,06	6,54	2,64
2013	3,9	4,25	0,35	4,58	0,67	5,00	1,10	5,48	1,58
2014	3,8	3,90	0,10	4,08	0,27	4,33	0,53	4,66	0,86
2015	4,2	3,85	0,35	3,88	0,33	3,98	0,23	4,15	0,05
2016	3,8	4,00	0,20	3,93	0,13	3,90	0,10	3,94	0,14
2017	3,8	4,00	0,20	4,00	0,20	3,96	0,16	3,93	0,13
среднее			1,46		1,80		2,21		2,65

Прогноз тот же $(3,8 \cdot 0,5 + 3,8 \cdot 0,5) = 3,8$ тонн, т.к. наименьшая ошибка наблюдается при построении прогноза по двум последним значениям.

Треугольник Паскаля

													1			
если 2 периода в интервале сглаживания												1	1			
если 3 периода в интервале сглаживания									1			2	1			
если 4 периода в интервале сглаживания									1		3	3	1			
если 5 периода в интервале сглаживания								1	4		6	4	1			
если 6 периода в интервале сглаживания							1	5	10		10	5	1			
если 7 периода в интервале сглаживания						1	6	15	20		15	6	1			
если 8 периода в интервале сглаживания					1	7	21	35	35		21	7	1			
если 9 периода в интервале сглаживания				1	8	28	56	70	56		28	8	1			
и т д				1	9	36	84	126	126		84	36	9	1		
				1	10	45	120	210	252		210	120	45	10	1	
				1	11	55	165	330	462		462	330	165	55	11	1
				1	12	66	220	495	792		792	495	220	66	12	1

Формула для расчета доли:

$$w_i = \frac{i\text{-ый коэффициент из треугольника Паскаля}}{\sum \text{всех коэффициентов соответствующей строки}}$$

Например: если длина интервала сглаживания равно 4, то берется 4 строка, в которой 4 коэффициента: 1, 3, 3, 1.

$$W_1 \text{ (вес к первому значению периода)} = 1/(1+3+3+1) = 1/8$$

$$W_2 \text{ (вес ко второму значению периода)} = 3/(1+3+3+1) = 3/8$$

$$W_3 \text{ (вес к третьему значению периода)} = 3/(1+3+3+1) = 3/8$$

$$W_4 \text{ (вес к четвертому значению периода)} = 1/(1+3+3+1) = 1/8$$

И рассчитанные доли сохраняются на протяжении сглаживания до конца ряда.

Рассмотрим пример на следующем слайде.